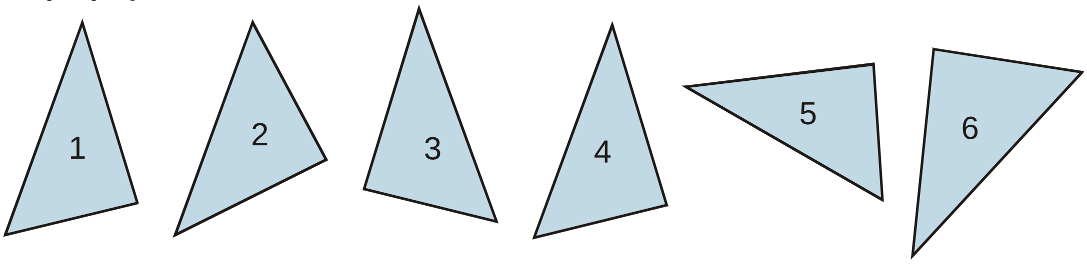
2.4.2 Shodnosti

Předpoklady: 020401

Př. 1: Zjisti pomocí průsvitky, které z trojúhelníků jsou shodné s trojúhelníkem 1. U každého shodného trojúhelníku vypiš, jakým způsobem je možné provést ztotožnění. Pokud jsme se nalezeným způsobem ztotožnění již zabývali, označ ho termínem. Který z probíraných způsobů ztotožňování se mezi trojúhelníky nevyskytuje?

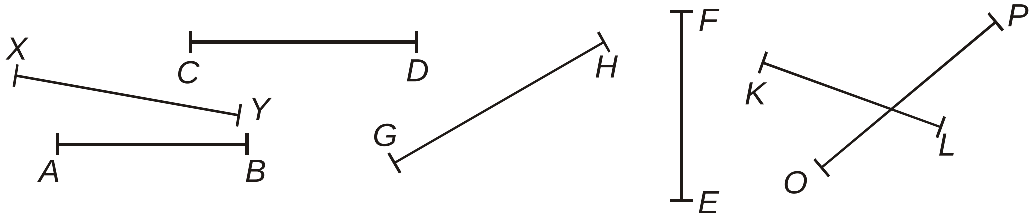


Shodné s trojúhelníkem 1 jsou trojúhelníky: 3, 4, 5. Trojúhelník 2 má jiný tvar, trojúhelník 6 má tvar stejný, ale je větší.
Způsob ztotožnění:

- trojúhelník 3: převrácení průsvitky (osová souměrnost),
- trojúhelník 4: posunutí průsvitky,
- trojúhelník 5: otočení a převrácení průsvitky.

Žádný trojúhelník nebyl zobrazen ve středové souměrnosti.

Př. 2: Rozhodni bez průsvitky, které z úseček na obrázku jsou shodné s úsečkou *AB*. Vyskytují se na obrázku další úsečky, které jsou navzájem shodné?



Přeměříme si délky úseček. Shodné úsečky mají stejnou délku.
$|AB| = 2,5\text{ cm}$, $|XY| = 3\text{ cm}$, $|CD| = 3\text{ cm}$, $|GH| = 3,2\text{ cm}$, $|EF| = 2,5\text{ cm}$, $|KL| = 2,5\text{ cm}$, $|OP| = 3\text{ cm}$.

Úsečka *AB* je shodná s úsečkou *EF* a úsečkou *KL* (všechny mají velikost 2,5 cm).
Navzájem shodné jsou úsečky *XY*, *CD*, *OP* (všechny mají velikost 3cm).

Řešení příkladu bez pravítka.
Příklad by bylo možné vyřešit pomocí kružítka. nabrali bychom délky úsečky *AB* a kružítkem zkoušeli, které z nabídnutých úseček mají délku stejnou.

Pedagogická poznámka: Otázku na řešení bez pravítka, pokládám v lavicích, jakmile první žáci mají porovnání s pravítkem hotové.

Úsečka *EF* je shodná s úsečkou *AB*. Píšeme $EF \cong AB$. Shodné úsečky mají stejnou délku. Píšeme $|AB| = |EF|$.

Př. 3: Zapiš pomocí znaku shodnosti výsledky příkladu 2.

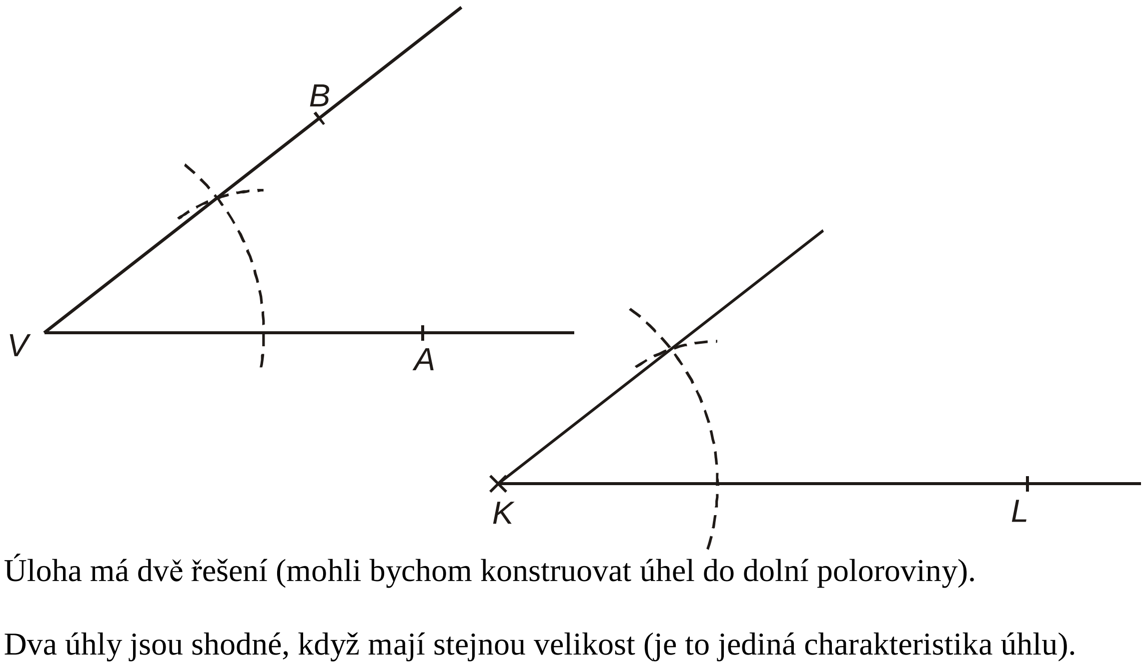
$EF \cong AB \cong KL$
$XY \cong CD \cong OP$

Př. 4: Vysvětli, proč v zápisu shodnosti úseček $EF \cong AB$ nepoužíváme klasický znak rovnosti, zatímco v zápisu shodnosti délek $|AB| = |EF|$ ano.

Znak rovnosti vyjadřuje, že oba objekty jsou stejné.

- $|AB| = |EF|$: porovnáváme dvě čísla, ta se mohou rovnat (obě úsečky mají stejnou délku, zápis $|AB| = |EF|$, tedy znamená rovnost $2,5 = 2,5$),
- $EF \cong AB$: porovnáváme dvě úsečky, které mají různé krajní body, můžeme je sice ztotožnit přemístěním, ale rozhodně nemůžeme v našem případě tvrdit, že jde o jednu a tu samou úsečku.

Př. 5: Narýsuj úhel *AVB* o velikosti $38°$. Narýsuj polopřímku *KL*, která nemá s úhlem *AVB* žádný společný bod. Přenes bez použití úhloměru úhel *AVB* k této polopřímce tak, aby bod *K* byl vrcholem přeneseného úhlu. Kolik má úloha řešení? Kdy jsou dva úhly shodné?



Úloha má dvě řešení (mohli bychom konstruovat úhel do dolní poloroviny).

Dva úhly jsou shodné, když mají stejnou velikost (je to jediná charakteristika úhlu).

Pedagogická poznámka: U slabších žáků je třeba zkontrolovat, zda opravdu narýsují polopřímku *KL* tak, aby neměl s úhlem *AVB* společný bod (některým stačí, že neprotíná čáry, která představují ramena úhlu).

Př. 6: Rozhodni, zda platí následující tvrzení.
a) Každé dvě úsečky stejné délky jsou shodné.

b) Každé dvě kružnice jsou shodné.
c) Každé dva čtverce o stejné délce strany jsou shodné.
d) Každé dva rovnostranné trojúhelníky o stejném obvodu jsou shodné.
e) Každé dvě přímky jsou shodné.
f) Každé dva čtverce se stejným obvodem jsou shodné.
g) Každé dva obdélníky se stejným obvodem jsou shodné.
h) Každé dva kosočtverce se stejným obvodem jsou shodné.
i) Každé dvě kružnice se stejným poloměrem jsou shodné.
j) Každé dva obdélníky se stejným obsahem jsou shodné.

a) Každé dvě úsečky stejné délky jsou shodné.
Pravda. Úsečka má jedinou charakteristiku – délku. Dvě úsečky stejné délky můžeme přesunutím ztotožnit.

b) Každé dvě kružnice jsou shodné.
Nepravda. Kružnice mohou mít různé velikosti a pak není možné je ztotožnit.

c) Každé dva čtverce o stejné délce strany jsou shodné.
Pravda. Dva čtverce o stejně dlouhé straně musí být stejné. Podobně jako u úsečky i u čtverce stačí zadat velikost strany a další konstrukce je jednoznačná.

d) Každé dva rovnostranné trojúhelníky o stejném obvodu jsou shodné.
Pravda. Rovnostranné trojúhelníky mají všechny stran stejně dlouhé $\Rightarrow$ rovnostranné trojúhelníky o stejném obvodu mají stejně dlouhé strany $\Rightarrow$ rovnostranný trojúhelník je délkou strany jednoznačně zadán musí být možné ho ztotožnit s libovolným jiným rovnostranným trojúhelníkem o stejně dlouhé straně.

e) Každé dvě přímky jsou shodné.
Pravda. Dvě nekonečně dlouhé čáry vždy můžeme ztotožnit.

f) Každé dva čtverce se stejným obvodem jsou shodné.
Pravda. Z délky obvodu u čtverce jednoznačně vyplývá délka strany a dva čtverce o stejné délce základny jsou shodné.

g) Každé dva obdélníky se stejným obvodem jsou shodné.
Nepravda. Z obvodu u obdélníku nemůžeme jednoznačně určit délky stran (například obvod 20 mohou mít obdélníky o stranách: 2 a 8, 1 a 9, …) $\Rightarrow$ obdélníky s stejným obvodem nemusí být shodné.

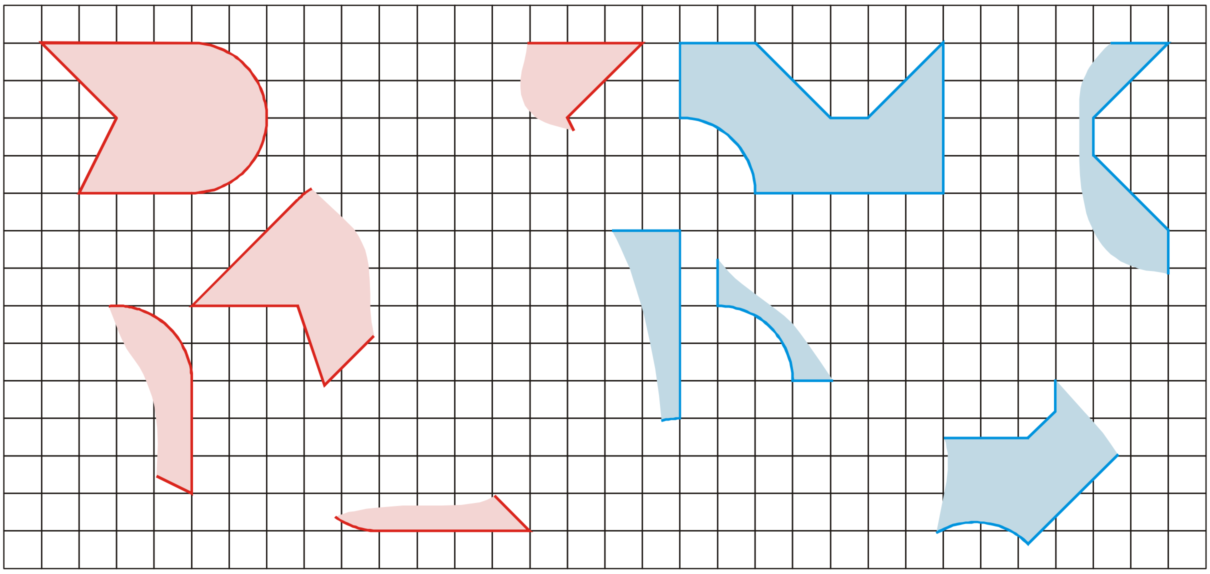
h) Každé dva kosočtverce se stejným obvodem jsou shodné.
Nepravda. Z velikosti obvodu sice můžeme vypočítat délku strany kosočtverce, ale z kosočtverec není délkou strany zadán jednoznačně (kosočtverce o stejné straně se mohou lišit velikostí úhlů).

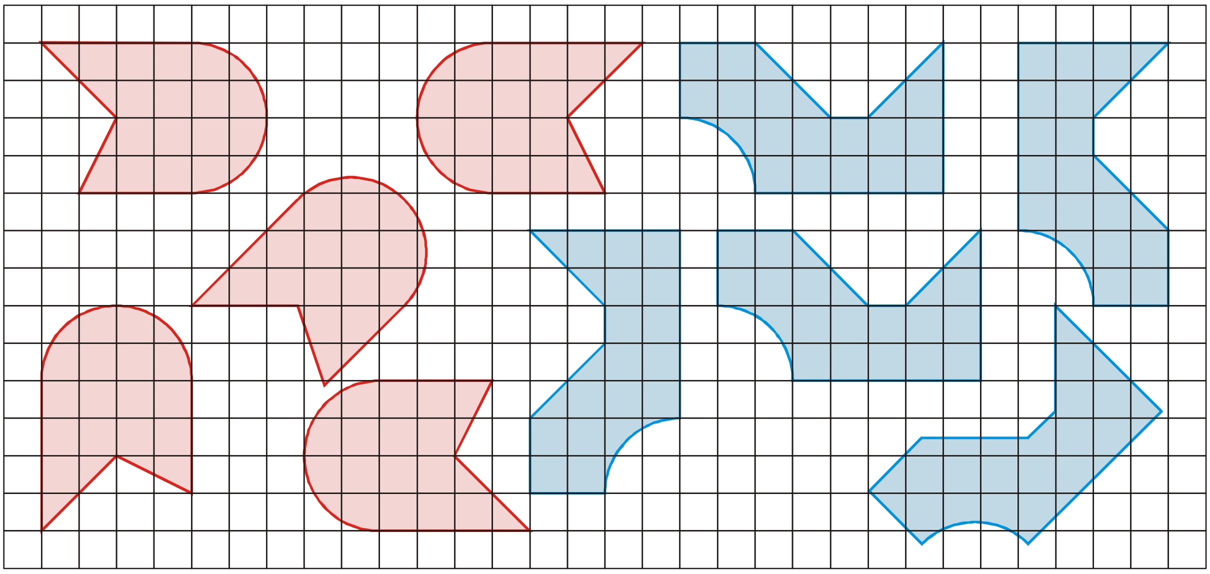
i) Každé dvě kružnice se stejným poloměrem jsou shodné.
Pravda. Kružnice je poloměrem jednoznačně dána $\Rightarrow$ kružnice se stejným poloměrem jsou shodné.

j) Každé dva obdélníky se stejným obsahem jsou shodné.

Nepravda. Ze stejného obsahu u obdélníků nevyplývají stejné délky stran (například obsah 24 mohou mít obdélníky o stranách 8 a 3, 6 a 4, 12 a 2, ….).

Př. 7: Doplň části obrazců v síti tak, aby byly shodné s kompletním obrazcem odpovídající barvy.





Shrnutí: